Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2019-20

PROFESOR/A: Daniel Macías Castillo

Para cualquiera de los trabajos es recomendable haber cursado Teoría de Galois, y cursar simultaneamente (o haber cursado) Teoría de Números.

El punto de partida de todos los trabajos será el mismo, por lo que habrá cierta flexibilidad para cambiar de trabajo concreto.

1.- **TÍTULO**: Cuerpos p-ádicos y ecuaciones diofánticas

Resumen/contenido: Sea p un primo. De manera natural se define un "valor absoluto p-ádico" en **Q**. En analogía a la construcción de los reales como compleción de **Q**, se construye un cuerpo **Qp** como compleción p-ádica de **Q**. Un "cuerpo p-ádico" es **Qp** o sus extensiones finitas, y son muy útiles en el estudio de diversas familias de ecuaciones diofánticas. Entre otras aplicaciones, se demostrará el Principio local-global (o "Principio de Hasse") para formas cuadráticas ternarias.

Bibliografía/referencias: J.W.S. Cassels, Local Fields, LMS 3, 1986.

2.- **TÍTULO**: El Teorema de Kronecker-Weber p-ádico

Resumen/contenido: Una extensión de **Qp** es "abeliana" si es Galois con grupo abeliano, y es "ciclotómica" si es generada por una raíz de la unidad. El Teorema de Kronecker-Weber p-ádico afirma que toda extensión abeliana finita de **Qp** está contenida en una extensión ciclotómica. Si el tiempo lo permite, se podrá deducir el teorema clásico a partir del p-ádico.

Bibliografía/referencias: J.W.S. Cassels, Local Fields, LMS 3, 1986.

3.- **TÍTULO**: Cuerpos p-ádicos y curvas elípticas

Resumen/contenido: El conjunto E(**Q**) de puntos racionales de una curva elíptica tiene de manera natural estructura de grupo abeliano. Determinar este grupo es un problema diofántico muy complicado. Sin embargo, considerando los grupos análogos E(**Qp**) y E(**Fp**) para ciertos primos p, se puede demostrar que E(**Q**) tiene un número finito de puntos de orden finito, y además caracterizarlos de maneras muy sencillas.

Bibliografía/referencias: -J.W.S. Cassels, Local Fields, LMS 3, 1986.

-J.W.S. Cassels, Lectures on Elliptic Curves, LMS 24, 1991.

4.- **TÍTULO**: Cuerpos p-ádicos y racionalidad de funciones zeta

Resumen/contenido: Las célebres Conjeturas de Weil predicen que la función zeta de una hipersuperficie definida sobre un cuerpo finito es una función racional. Esta afirmación fue demostrada por Dwork usando métodos del análisis p-ádico.

Se aprenderán los fundamentos del análisis p-ádico, que en sí mismo tiene resultados sorprendentes.

Bibliografía/referencias: -J.W.S. Cassels, Local Fields, LMS 3, 1986.

-N. Koblitz, p-adic Numbers, p-adic Analysis, and Zeta Functions, 2nd edition, Springer, 1984.

5.- **TÍTULO**: Cuerpos p-ádicos y cohomología de Galois

Resumen/contenido: La teoría de cuerpos de clases es una generalización del Teorema de Kronecker-Weber, y el lenguaje apropiado para su estudio es el de la cohomología de Galois. Se aprenderán los fundamentos algebraicos necesarios y se aplicarán al problema de determinar el grupo de Brauer de un cuerpo p-ádico. Esta determinación es el paso clave que lleva a la ley de reciprocidad (local) de Artin.

Bibliografía/referencias: -J.W.S. Cassels, Local Fields, LMS 3, 1986.

-J.-P. Serre, Local Fields, Springer, 1979.